Επιλεγμένες και επώνυμες ασκήσεις

Γιώργος Μενδωνίδης

Ευχαριστούμε τους μαθητές και τους καθηγητές, οι οποίοι από το 1999, με τις πρωτότυπες και επιλεγμένες ασκήσεις τους, βοήθησαν τη στήλη αυτή του περιοδικού μας να ανταποκριθεί στις αυξημένες απαιτήσεις πολλών μαθητών. Στα 11 χρόνια που πέρασαν δημοσιεύθηκαν εκατοντάδες προβλήματα και ασκήσεις. Σε αρκετά τεύχη του περιοδικού όλοι «οι λύτες» που δημοσιεύαμε είχαν ασχοληθεί με αυτές.

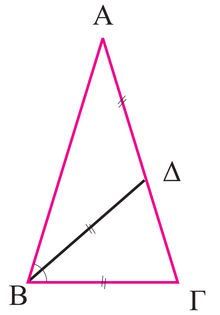
Ο εισηγητής της στήλης αυτής πιστεύει ότι έκλεισε ο κύκλος ύπαρξή της. Τη θέση της θα πάρουν τώρα πολλά άλλα άρθρα του περιοδικού, που θα είναι εμπλουτισμένα από πρωτότυπες ασκήσεις ιστοσελίδων ή άλλων εντύπων, που δημιουργούν αξιόλογοι και εφευρετικοί άνθρωποι της εποχής μας, που αγαπούν τα μαθηματικά. Η ασκησιογραφία βέβαια δεν είναι αυτοσκοπός, αλλά πιστεύουμε πως μπορεί να συμβάλει στην εμπέδωση της θεωρίας των μαθηματικών.

Στο τελευταίο αυτό τεύχος της σχολικής χρονιάς, θα επιλέξουμε για δημοσίευση μερικές από τις επιλεγμένες ασκήσεις που στείλατε όλα αυτά τα χρόνια. Θα μας λείψουν βέβαια οι δυνατοί λύτες που τόσο αγαπήσαμε. Τι να κάνουμε όμως. Όλες οι προσπάθειες στη ζωή μας έχουν τα χρονικά τους όρια. Κλίνοντας τον ενδεκαετή κύκλο αυτών των ασκήσεων, ευχόμαστε σε όλους σας **καλό καλοκαίρι** και **καλή πρόοδο**, για να γίνεται στη ζωή σας ,

ικανοί, άξιοι και επιλεγμένοι!...

Α΄ Τάξη

ΕΑ13. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΒ=ΑΓ) είναι $\hat{B}=\hat{\Gamma}=2\hat{A}$. Να εξηγήσετε γιατί αν φέρουμε τη διχοτόμο ΒΔ της $\hat{B}$, θα είναι
$B\Gamma = B\Delta = \Delta A$,



ΕΑ14. Αν $A=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}+\frac{7}{8}$ και $B=\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{5}{4}+\frac{6}{5}+\frac{7}{6}+\frac{8}{7}+\frac{9}{8}$ να βρεθεί το άθροισμα $A+B$.

ΕΑ15. Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί που βρίσκονται ανάμεσα στα κλάσματα
$\frac{7}{3}$ και $\frac{28}{5}$.

ΕΑ16. Η Μαρία αγόρασε μια τούρτα και έφαγε η ίδια το $\frac{1}{4}$. Το $\frac{1}{3}$ το έδωσε στην αδελφή της και το $\frac{1}{6}$ στη μητέρα της. Το υπόλοιπο το μοίρασε σε τρεις φίλες της. Αν το κομμάτι της κάθε φίλης της ήταν 100 γραμ. να βρείτε πόσα κιλά ήταν η τούρτα και πόσα γραμμάρια έφαγε η μητέρα της.

ΕΑ17. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με περίμετρο 34 cm και ΑΒ=12cm.

i) Να βρείτε το μήκος της πλευράς α=ΒΓ.

ii) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\frac{x-2006}{\alpha}=0,\quad \frac{x-1997}{\alpha}=1,\quad \frac{x}{3}=\frac{5}{\alpha}$$

Όπου α το μήκος της πλευράς ΒΓ.

ΕΑ18. i) Να υπολογίσετε τις τιμές των:

$$\alpha=\frac{10}{3}-1 \text{ και } \beta=\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$$

ii) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$\alpha \cdot x = 1$ και $\beta \cdot x = \alpha$

iii) Κάποιος θέλει να μοιράσει 630€ σε 3 άτομα ως εξής: ο 1ος να πάρει το $\frac{1}{\alpha}$ του ποσού, ο 2ος το $\frac{1}{\beta}$ του ποσού και ο 3ος τα υπόλοιπα. Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας;

ΕΑ19. Οι γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\varphi}$ και $\hat{\theta}$ εκφράζονται με τις παραστάσεις:

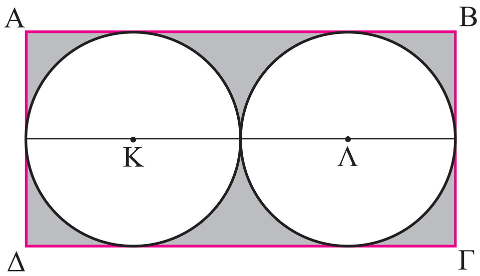
$\omega=2^2+8\cdot6+3^2$, $\varphi=7+2^6:2-1$ και $\theta=5(2^5-16)$.

Θα μπορούσαν οι γωνίες, $\hat{\omega}$, $\hat{\varphi}$, $\hat{\theta}$ να ήταν γωνίες του ίδιου τριγώνου;

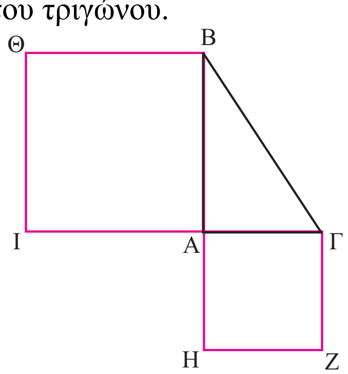
Μάρθα Σερέτη 4ο Γυμνάσιο Χίου

Β΄ Τάξη

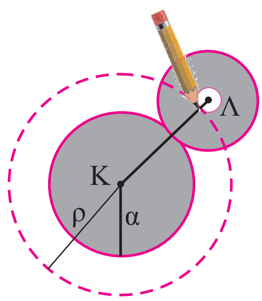
ΕΑ11. Στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ οι δύο κύκλοι με κέντρα Κ και Λ εφάπτονται στις πλευρές του και μεταξύ τους. Αν ΑΒ=24cm να βρεθεί το εμβαδόν του ορθογωνίου που βρίσκεται μεταξύ των πλευρών του και των δύο κύκλων.



ΕΑ12. Εξωτερικά του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ (Α=90ο) κατασκευάζουμε τα τετράγωνα των τριών πλευρών του. Αν το εμβαδόν του σχήματος είναι 56cm^2 και η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου είναι 5cm, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.



ΕΑ13. Γύρω από ένα νόμισμα με κέντρο Κ περιστρέφουμε με ένα στυλό κατά 360ο ένα τρύπιο νόμισμα που το κέντρο της τρύπας βρίσκεται στο Λ. Αν η ακτίνα του πρώτου νομίσματος είναι α, του τρύπιου νομίσματος είναι β και της κυκλικής τρύπας του είναι γ, να βρεθεί η ακτίνα του διακεκομμένου κύκλου που θα δημιουργηθεί.



ΕΒ14. Αν $3^\kappa = 81$ και $2^\lambda = 32$ να λύσετε την εξίσωση $\frac{(\kappa+4)\cdot x}{2} + \frac{\lambda \cdot x}{5} = \kappa + \lambda$

ΕΒ15. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται ότι:

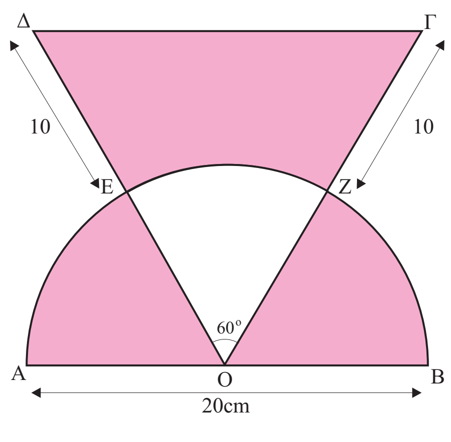
$$AB = \frac{\eta\mu 30^o \cdot \sigma\upsilon\nu 30^o}{\eta\mu^2 30^o + \sigma\upsilon\nu^2 30^o}$$

$$A\Gamma = \frac{\eta\mu 45^o \cdot \varepsilon\varphi 60^o}{\varepsilon\varphi 45^o} \text{ και } B\Gamma = 3\eta\mu 60^o \cdot \sigma\upsilon\nu 60^o.$$

Οι πλευρές έχουν μετρηθεί σε cm.

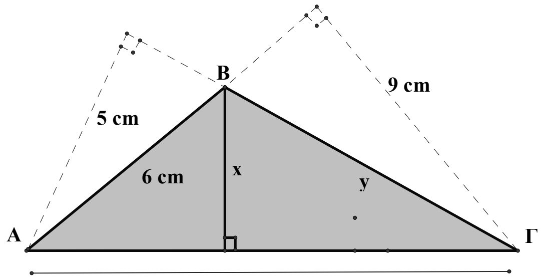
Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα τη ΒΓ.

ΕΒ16. Αν η διάμετρος του ημικυκλίου ΑΒ=20cm, ΔΕ=ΓΖ=10cm και $\Gamma\hat{O}\Delta = 60^o$ υπολογίστε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους



Μιχαήλ Τσουκαλάς 4ο Γυμνάσιο Χίου

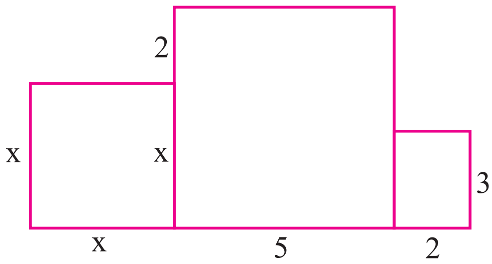
ΕΒ17. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τα x, y



Σκανδάλη Δ. (Μ), Τσαλαβούτα Μ. (Μ)

Γ΄ Τάξη

ΕΓ13. Να βρεθεί το x ώστε το εμβαδόν του σχήματος να είναι 40.



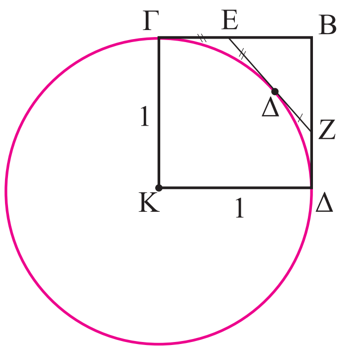
ΕΓ14. Αν ο αριθμός x είναι ένας φυσικός αριθμός τότε η παράσταση :
$(x^2 +3x +1)^2-1$ είναι γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών φυσικών αριθμών.

ΕΓ15. Αν ισχύουν:

$$\alpha = 3\eta\mu\omega\ \eta\mu\ \varphi$$
$$\beta = 3\eta\mu\omega\ \sigma\upsilon\nu\ \varphi$$
$$\gamma = 3\sigma\upsilon\nu\omega$$

να δείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 9$

ΕΓ16. Σε κύκλο (Κ, 1) σχηματίζουμε το τετράγωνο ΚΑΒΓ. Από τυχαίο σημείο Δ του τόξου ΑΓ φέρνουμε εφαπτομένη στον κύκλο που τέμνει τις πλευρές ΒΓ και ΒΑ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα. Να βρεθεί το μήκος της περιμέτρου του τριγώνου ΒΕΖ.



ΕΓ17. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ(Α=90^o) οι κάθετες πλευρές του έχουν μήκη :

$$\beta = \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \quad \text{και}$$

$$\gamma = \frac{4}{4 - \sqrt{14}} + \frac{4}{4 + \sqrt{14}}$$

να βρεθεί η υποτείνουσα του.

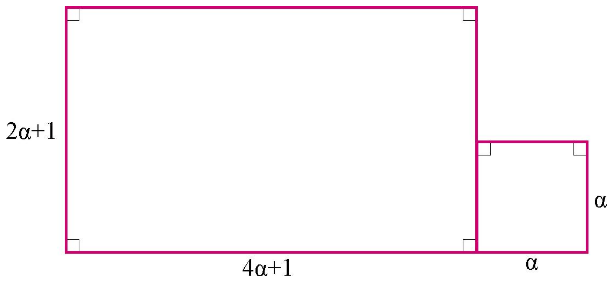
ΕΓ18. Αν $x.(y^2+1)=y(x^2+1)$ με $x \neq y$ τότε οι αριθμοί x,y είναι αντίστροφοι;

Υπόδειξη: Να αποδείξετε ότι:

$$(x-y).(xy-1)=0.$$

Θοδωρής Ελευθερίου(Κ)

ΕΓ19. Να βρεθεί το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου που είναι ισεμβαδικό με το παρακάτω σχήμα:



Χριστόφορος Στρουμπής (Μ)

ΕΓ21. Να αποδείξετε ότι

$$\left(\alpha\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} - \beta\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)^2 = 0$$

Τζίνα Πασιπουλαρίδου (Μ)