

Προτεινόμενα Θέματα Β Τάξη

Συντακτική επιτροπή.

ΑΛΓΕΒΡΑ

1) Δίνεται ότι $\alpha = \frac{3}{2}$ και $\beta = \sqrt{2}$. Για τις τιμές αυτές:

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\alpha^2 + \beta^2$

β) Να εξηγήσετε γιατί $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} > 2$.

γ) Να συγκρίνετε τον αριθμό $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ με την τιμή του β .

δ) Να γράψετε σε μία σειρά τις ποσότητες α , β , $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ από τη μικρότερη μέχρι τη μεγαλύτερη.

2) Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt{3 + \sqrt{2}}$, $B = 3 + \sqrt{2}$, $\Gamma = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ και $\Delta = \sqrt{3 - \sqrt{2}}$.

α) Να εξηγήσετε γιατί όλοι αυτοί οι αριθμοί είναι μεγαλύτεροι του 1 αλλά μικρότεροι του 5.

β) Να τοποθετήσετε σε μια σειρά, από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο, τους αριθμούς αυτούς δικαιολογώντας την επιλογή σας.

γ) Με βάση τα προηγούμενα να βρείτε ποιος από τους αριθμούς A , B , Γ , Δ , $A^2 + \Delta^2$ είναι μεγαλύτερος.

3) Σε ένα ευθύγραμμο τμήμα AE κατασκευάζουμε τρία σημεία B , Γ , Δ το ευθύγραμμο τμήμα έχει χωριστεί σε 4 τμήματα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

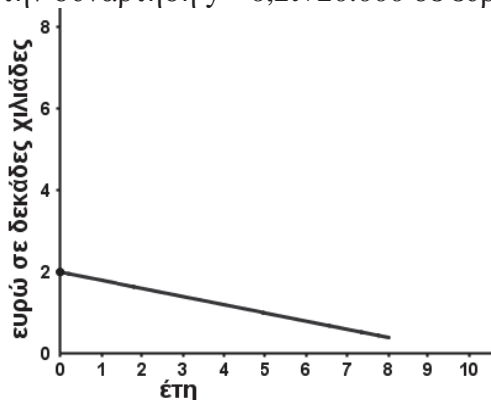


Τα τμήματα στα οποία χωρίστηκε το AE έχουν την εξής ιδιότητα: Κάθε τμήμα είναι κατά 2cm μεγαλύτερο από το αμέσως προηγούμενό του.

α) Αν το τμήμα AB έχει μήκος x cm Να εκφράσετε το μήκος του AE με τη βοήθεια του x .

β) Αν το μήκος του τμήματος AE είναι 36cm να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔE .

4) Μία εταιρεία διέθεσε ένα αρχικό κεφάλαιο για να αγοράσει τον εξοπλισμό της. Τα έξοδά της y για αγορά ή ανανέωση του εξοπλισμού της εταιρείας για την επόμενη δεκαετία δίνονται από την συνάρτηση $y = -0,2t + 20.000$ σε ευρώ. Το t εκφράζει έτη λειτουργίας της εταιρείας.



α) Να βρείτε πόσο κόστισε στην εταιρεία ο αρχικός εξοπλισμός. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας με βάση τη γραφική παράσταση.

β) Τι ποσό θα πρέπει να διαθέσει η εταιρεία τον πέμπτο χρόνο για συντήρηση και ανανέωση εξοπλισμού;

γ) Ποιο έτος λειτουργίας η εταιρεία αναμένεται να μην έχει κανένα έξοδο για αγορά και συντήρηση εξοπλισμού;

Σημείωση: Οι τιμές που φαίνονται στον άξονα y θα πρέπει να πολλαπλασιαστούν επί 10.000.

5) Σε μία σχολή ο καθηγητής συνηθίζει και εξετάζει τους φοιτητές του με 50 ερωτήσεις Σωστού Λάθους. Για κάθε Σωστή απάντηση ο φοιτητής παίρνει 2 βαθμούς και για κάθε λάθος του αφαιρείται 1 βαθμός. Για να περάσει το μάθημα ο φοιτητής θα πρέπει να πάρει τουλάχιστον 60 βαθμούς στην εξέταση. Ένας φοιτητής συγκέντρωσε 76 βαθμούς.

α) Αν οι ερωτήσεις που απάντησε σωστά είναι x πόσες θα είναι οι ερωτήσεις που απάντησε λάθος;

β) Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά;

γ) Σε πόσες ερωτήσεις τουλάχιστον θα πρέπει ένας φοιτητής να απαντήσει σωστά ώστε να περάσει το μάθημα;

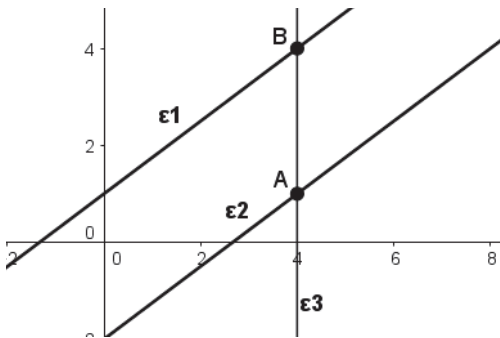
Προτεινόμενα θέματα

δ) Σε πόσες ερωτήσεις τουλάχιστον θα πρέπει να απαντήσει λανθασμένα ώστε να μηδενιστεί στο συγκεκριμένο μάθημα;

6) Ο κ. Μανώλης έχει βιβλιοπωλείο και διαθέτει ένα βιβλίο με μυθιστορήματα του Ιουλίου Βερν σε 2 εκδόσεις Α και Β. Η μία έκδοση Α πωλείται 12€ το κάθε βιβλίο και η έκδοση Β πωλείται 8€ περισσότερο. Σήμερα ο κ. Μανώλης παρατηρεί ότι πούλησε αρκετά βιβλία από τις 2 αυτές εκδόσεις και έχει εισπράξει από τις δύο εκδόσεις συνολικά 180€ αλλά δεν μπορεί να καταλάβει τι ποσότητα από κάθε έκδοση πούλησε. Το μόνο που γνωρίζει είναι ότι από την ακριβότερη έκδοση Β πούλησε 7 βιβλία λιγότερα από τα βιβλία της έκδοσης Α.

Με ποιον τρόπο μπορεί ο κ. Μανώλης να υπολογίσει πόσα βιβλία με μυθιστορήματα του Ιουλίου Βερν πούλησε από κάθε έκδοση;

7) Δίνονται οι συναρτήσεις $y = \frac{3}{4}x + 1$ και $y = 0,75x - 2$ των οποίων οι γραφικές παραστάσεις σε ένα σύστημα αξόνων είναι οι δύο πλάγιες ευθείες που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



α) Ποια από τις δύο ευθείες είναι η γραφική παράσταση της μιας συνάρτησης και ποια της άλλης;

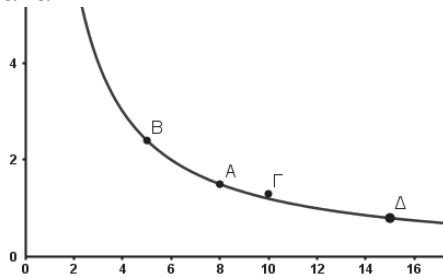
β) Να εξηγήσετε γιατί οι ευθείες ε1 και ε2 είναι παράλληλες.

γ) Αν η κατακόρυφη ευθεία ε3 που περνά από το σημείο με τετμημένη 4 του άξονα x'x κόβει τις δύο ευθείες στα σημεία Α και Β να βρείτε τις συντεταγμένες των δύο σημείων Α, Β.

δ) Πόσο απέχουν τα δύο αυτά σημεία Α, Β όταν η μονάδα μέτρησης στο σύστημα αξόνων είναι το 1cm

8) Έχουμε καταγράψει ορισμένα ζεύγη τιμών σε έναν πίνακα τιμών για δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά x, y. Ο Βασίλης παρατηρεί το γράφημα και υποστηρίζει ότι κάτι δεν πάει καλά με τις τιμές του πίνακα

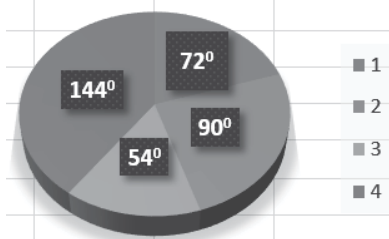
x	y
8	1,5
5	2,4
10	1,3
15	0,8



α) Με βάση τη γραφική παράσταση και τα σημεία ΑΒΓΔ να εξηγήσετε γιατί στον πίνακα τιμών υπάρχει ένα ζεύγος που δεν αντιστοιχεί στα συγκεκριμένα ποσά x, y.

β) Να διορθώσετε την τεταγμένη του ζεύγους αυτού ώστε να ανήκει στη γραφική παράσταση.

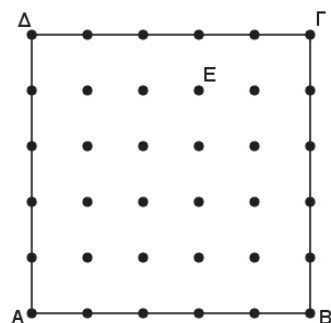
9) Τέσσερα παυσίπωνα καλύπτουν την αγορά αυτού του είδους φαρμάκου.



Στο κυκλικό διάγραμμα ο κατασκευαστής έχει ξεχάσει να βάλει το ποσοστό κάθε φαρμάκου και έχει βάλει απλώς τη γωνία κάθε περιοχής.

α) Να βρείτε το ποσοστό που καλύπτει κάθε φάρμακο

β) Αν η ημερήσια συνολική πώληση παυσίπωνων είναι 600 μονάδες, πόσες μονάδες πωλούνται από κάθε φάρμακο;



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1) Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ υπάρχουν 36 σημεία τοποθετημένα σε 6 σειρές και 6 στήλες. Κάθε σημείο απέχει 1cm από το επόμενο ή το προηγούμενο στη σειρά ή στη στήλη στην οποία ανήκει.

α) Να εξηγήσετε με οποιονδήποτε τρόπο γιατί η διαγώνιος ΑΓ του τετραγώνου ΑΒΓΔ έχει μήκος μεγαλύτερο των 7cm.

β) Να υπολογίσετε την απόσταση ΑΕ.

γ) Αν με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΕ γράψουμε έναν κύκλο να εξηγήσετε γιατί θα περάσει από άλλα 3 σημεία εκ των 36 που βρίσκονται στο σχήμα.

2) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει $AB < AG < BG$ και τα μέτρα των πλευρών του είναι 5cm, xcm, 13cm σε αύξουσα σειρά.

α) Να υπολογίσετε το x.

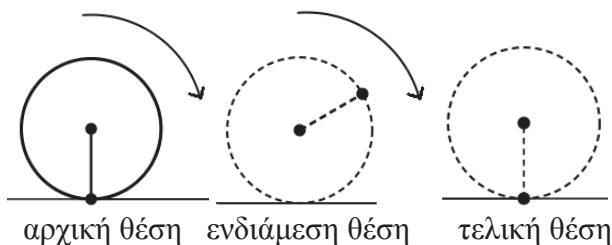
β) Να υπολογίσετε το ημίτονο της γωνίας Β

γ) Να φέρετε το ύψος ΑΔ και να υπολογίσετε τα δύο τμήματα ΔΒ και ΔΓ.

3) Μία μικρή ρόδα ακτίνας 10cm αρχίζει να περιστρέφεται σε οριζόντιο έδαφος μέχρι να φτάσει η κατακόρυφη ακτίνα της να ξαναβρεθεί πάλι για πρώτη φορά σε κατακόρυφη θέση.

Κατά τη διαδρομή της αυτή περνά από μία ενδιάμεση θέση κατά την οποία η ακτίνα σχηματίζει γωνία 30° με την νοητή οριζόντια ευθεία που περνά από το κέντρο.

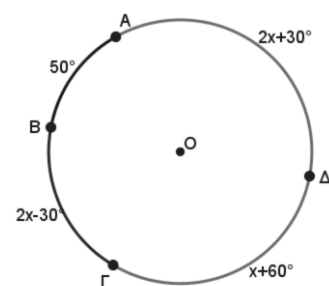
Σημείωση: Να θεωρήσετε ότι $\pi=3,14$ και οι υπολογισμοί σας να γίνονται με προσέγγιση εκατοστού.



α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής που θα διανύσει ο κύκλος από την αρχική μέχρι την τελική του θέση.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής του κύκλου από την ενδιάμεση θέση μέχρι την τελική.

3) Στο παρακάτω σχήμα υπάρχει ένα κύκλος χωρισμένος σε 4 τόξα. Κάθε τόξο έχει μέτρο σε μοίρες όπως φαίνεται στο σχήμα.



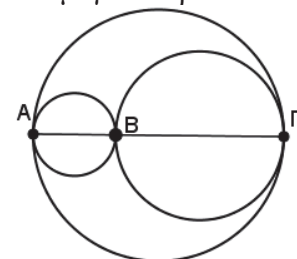
α) Να υπολογίσετε την τιμή του x σε μοίρες.

β) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΓΔ δεν είναι ισόπλευρο.

γ) Να εξηγήσετε γιατί τα σημεία Β,Ο,Δ βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

δ) Αν η ακτίνα του κύκλου είναι 6cm να υπολογίσετε τον μήκος της χορδής ΑΓ.

4) Οι δύο μικρότεροι κύκλοι του σχήματος έχουν διαμέτρους ΑΒ και ΒΓ. Η ΑΓ είναι διάμετρος του μεγαλύτερου κύκλου ο οποίος έχει περίμετρο 4π cm.



α) Να υπολογίσετε την ακτίνα του μεγάλου κύκλου.

β) Το ΒΓ είναι τριπλάσιο του ΑΒ. Να υπολογίσετε τις διαμέτρους των δύο μικρότερων κύκλων.

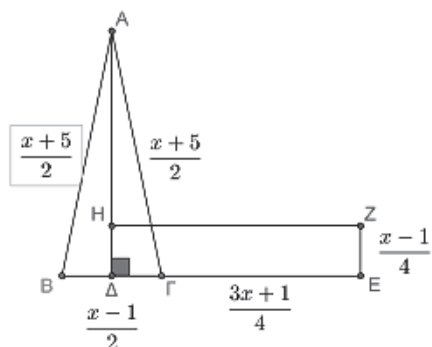
γ) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των περιμέτρων των δύο μικρότερων κύκλων είναι ίσο με την περίμετρο του μεγάλου κύκλου.

δ) Αν το τμήμα ΒΓ ήταν τετραπλάσιο από το ΑΒ θα ίσχυε το συμπέρασμα της ερώτησης β);

5) Το τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος είναι ισοσκελές με $AB = AG = \frac{x+5}{2}$ και $BG = \frac{x-1}{2}$.

Προεκτείνουμε την βάση ΒΓ κατά τμήμα $GE = \frac{3x+1}{4}$ και σχηματίζουμε το ορθογώνιο ΔΕΖΗ, ώστε $EZ = \frac{x-1}{4}$.

Προτεινόμενα θέματα



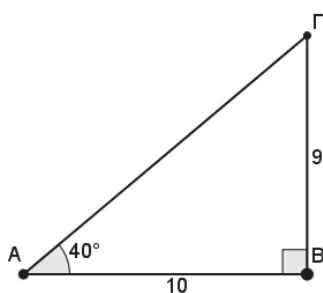
α) Να εκφράσετε με την βοήθεια του x το μήκος του ΔΕ.

β) Να υπολογίσετε το x , αν το τρίγωνο ΑΒΓ και το ορθογώνιο ΔΕΖΗ έχουν ίσες περιμέτρους.

γ) Αν $x = 5$, να συγκρίνετε τα εμβαδά (ΑΒΓ) και (ΔΕΖΗ).

6) Στην παρακάτω εικόνα υπάρχει ένα ορθογώνιο ΑΒΓ τρίγωνο για το οποίο γνωρίζουμε με βεβαιότητα το μέτρο της οξείας γωνίας Α και της πλευράς ΑΒ (σε cm). Η πλευρά ΒΓ (σε cm) δεν είναι βέβαιο ότι έχει μετρηθεί σωστά.

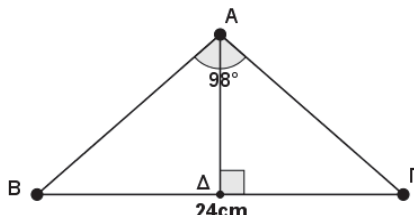
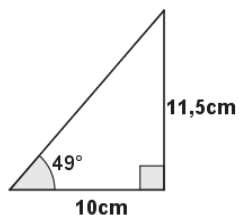
Γωνία	ημω	συνω	εφω
30°	0,500	0,866	0,577
31°	0,515	0,857	0,601
32°	0,530	0,848	0,625
33°	0,545	0,839	0,649
34°	0,559	0,829	0,675
35°	0,574	0,819	0,700
36°	0,588	0,809	0,727
37°	0,602	0,799	0,754
38°	0,616	0,788	0,781
39°	0,629	0,777	0,810
40°	0,643	0,766	0,839
41°	0,656	0,755	0,869
42°	0,669	0,743	0,900
43°	0,682	0,731	0,933



α) Με τη βοήθεια του πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών να εξηγήσετε γιατί η μέτρηση της πλευράς ΒΓ δεν είναι σωστή.

β) Να υπολογίσετε την υποτείνουσα ΑΓ του τριγώνου με προσέγγιση εκατοστού.

7) Με βάση τις πληροφορίες που παίρνετε από τις μετρήσεις στο ορθογώνιο τρίγωνο αριστερά:

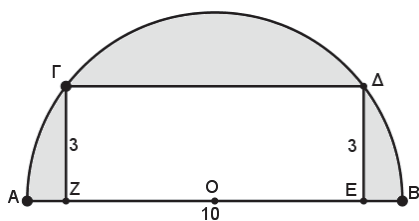


α) Να υπολογίσετε την εφ49°

β) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ όταν η βάση του είναι ίση με 24cm.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

8) Σε ένα ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ=10cm έχουμε εγγράψει ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ύψους 3 cm.

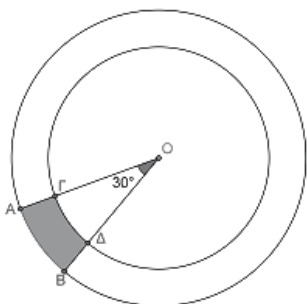


α) Να υπολογίσετε το μήκος ΓΔ του ορθογώνιου παραλληλογράμμου

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλογράμμου.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του ημικυκλίου, δηλαδή αυτού που βρίσκεται μεταξύ του ημικυκλίου και του ΖΓΔΕ.

9) Στο παρακάτω σχήμα γνωρίζουμε ότι το μήκος του κύκλου (O, OA) είναι 25,12cm και ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O, OG) είναι 28,26cm².



α) Να υπολογίσεις τις ακτίνες των δύο κύκλων.

β) Να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου σχήματος ΑΒΔΓ που είναι χρωματισμένο στο σχήμα.

Δίνεται ότι $\pi \cong 3,14$.