

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

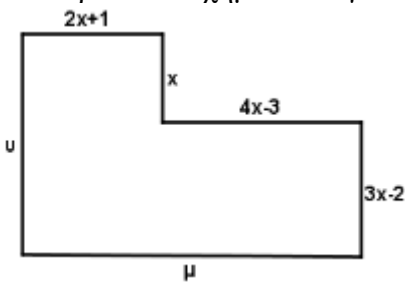
Θέμα 1.

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\alpha}{3} - \frac{\alpha+1}{4} + \frac{\alpha+2}{5} - \alpha$ όταν $\alpha=3$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x}{3} + \frac{x+2}{5} = x + \frac{x+1}{4}$.

Θέμα 2.

Στο παρακάτω σχήμα είναι γνωστό ότι όλες οι κυρτές γωνίες είναι ορθές.



α) Να υπολογίσετε το συνολικό ύψος του υ και το συνολικό μήκος του μ με βάση το x.

β) Αν η περίμετρος του σχήματος είναι 42cm να υπολογίσετε τις τιμές των μ και υ.

Θέμα 3.

α) Να υπολογίσετε τον θετικό ακέραιο με τον οποίο ισούται η παράσταση: $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$

β) Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν ίσο με $6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$ cm² να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου.

Θέμα 4.

Σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο O να κατασκευάσετε το σημείο A(-2, 4), το συμμετρικό του A ως προς τον άξονα y'y (έστω Β) και το συμμετρικό του A ως προς τον άξονα x'x (έστω Γ).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Β και το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ και το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΓ. Τι παρατηρείτε για τα δύο τρίγωνα;

Θέμα 5.

Σε μία συνάντηση 40 υπαλλήλων μιας εταιρίας ο οργανωτής της συνάντησης σκέφτηκε να φτιάξει διαφορετικές προσκλήσεις για άνδρες και διαφορετικές για γυναίκες. Πληροφορήθηκε από τον γραμματέα της εταιρίας ότι οι άνδρες ήταν κατά 5 λιγότεροι από το διπλάσιο του αριθμού των γυναικών.

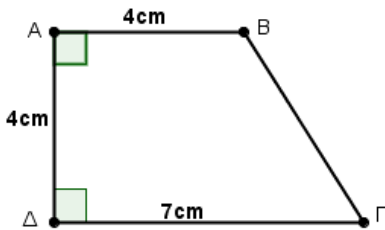
α) Πόσες προσκλήσεις για άνδρες και πόσες για γυναίκες θα πρέπει να κατασκευάσει ο οργανωτής;

β) Ο γραμματέας αρχικά είχε πληροφορήσει τον οργανωτή ότι οι άνδρες ήταν κατά 4 λιγότεροι από τις γυναίκες και ο οργανωτής του ζήτησε να είναι πιο προσεκτικός οπότε και διόρθωσε τον αριθμό. Πώς ο οργανωτής κατάλαβε ότι ήταν λάθος η αρχική πληροφορία του γραμματέα;

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1.

Στο παρακάτω ορθογώνιο τραπέζιο να φέρετε το ύψος του ΒΕ από την κορυφή Β και στη συνέχεια:



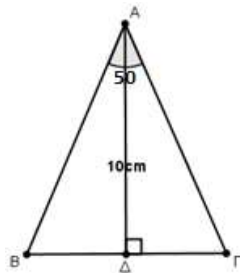
α) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ.

β) Να υπολογίσετε τη διαγώνιο ΒΔ και να τη συγκρίνετε με την πλευρά ΒΓ.

Θέμα 2.

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($AB=AG$) έχουν μετρηθεί το ύψος του ΑΔ και η γωνία της κορυφής του $A=50^\circ$, όπως βλέπετε στο παρακάτω σχήμα. Επιπλέον έχετε στη διάθεσή σας έναν τριγωνομετρικό πίνακα γωνιών μεταξύ 20° και 30°

ω	$\eta\mu\omega$	$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\epsilon\phi\omega$
20°	0,342	0,940	0,364
21°	0,358	0,934	0,348
22°	0,375	0,927	0,404
23°	0,391	0,921	0,424
24°	0,407	0,914	0,445
25°	0,423	0,906	0,466
26°	0,438	0,899	0,488
27°	0,454	0,891	0,510
28°	0,469	0,883	0,532
29°	0,485	0,875	0,554
30°	0,500	0,866	0,577



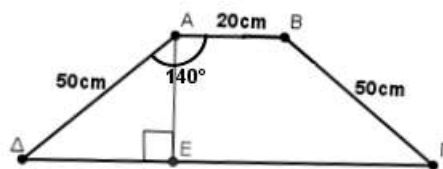
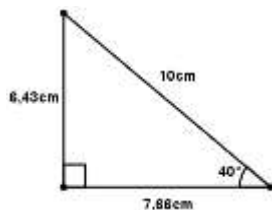
α) Εξηγήστε γιατί το ύψος ΑΔ είναι και διχοτόμος.

β) Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε τα άλλα δύο ύψη του τριγώνου.

Θέμα 3.

Δίνονται δύο σχήματα, ένα ορθογώνιο τρίγωνο και ένα τραπέζιο, στα οποία έχουν γίνει κάποιες επιλεγμένες μετρήσεις γωνιών και πλευρών. Οι δεκαδικές μετρήσεις στο ορθογώνιο τρίγωνο έχουν γίνει με προσέγγιση εκατοστού.



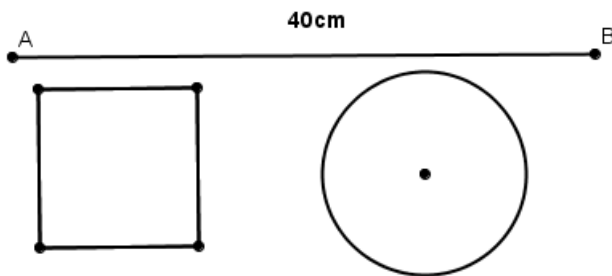
α) Με τη βοήθεια των μετρήσεων στο ορθογώνιο τρίγωνο να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο των 40° .

β) Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να υπολογίσετε το ύψος ΑΕ.

γ) Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

Θέμα 4.

Διαθέτουμε ένα σχοινί ΑΒ μήκους 40cm.



α) Αν με αυτό κατασκευάσουμε ένα τετράγωνο πόσο θα είναι το εμβαδόν του;

β) Αν με αυτό κατασκευάσουμε έναν κύκλο πόσο θα είναι το εμβαδόν του;

γ) Να διατυπώσετε ένα συμπέρασμα για τα τετράγωνα και τους κύκλους με την ίδια περίμετρο.

Θέμα 5.

Τα παλαιότερα χρόνια κατασκεύαζαν ποδήλατα των οποίων οι ρόδες δεν είχαν την ίδια ακτίνα.



Στο ποδήλατο της εικόνας η μία ρόδα έχει ακτίνα 60cm ενώ η άλλη ρόδα έχει ακτίνα 25cm. Σε μία διαδρομή του ποδηλάτου η μικρή ρόδα εκτέλεσε 1000 περιστροφές.

α) Πόση ήταν η απόσταση που διένυσε το ποδήλατο;

β) Πόσες ακέραιες (ολόκληρες) στροφές πήρε κατά τη διαδρομή αυτή η μεγάλη ρόδα;

(Να θεωρήσετε σε κάθε περίπτωση ότι ο αριθμός π είναι ο 3,14)

ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1.

α) $A=0$

β) Η εξίσωση προκύπτει από την αντικατάσταση του a με x και κατάλληλες μεταφορές άρα $x=3$.

Θέμα 2.

α) $v=4x-2$ και $\mu=6x-2$.

β) Η εξίσωση $(2x+1)+x+(4x-3)+(3x-2)=21\text{cm}$ δίνει $x=2,5\text{cm}$ και $v=8\text{cm}$ και $\mu=13\text{cm}$.

Θέμα 3.

α) Επειδή $\sqrt{9} = 3$ όλα τα υπόριζα δίνουν 9 και η παράσταση είναι ίση με 3.

β) Το εμβαδόν, με βάση το ερώτημα α), είναι ίσο με $6+3=9$ (τετρ. εκατοστά) άρα η πλευρά είναι 3 cm.

Θέμα 4.

α) Οι συντεταγμένες του Β είναι (2, 4) και το εμβαδόν του ΟΑΒ είναι 8 τετρ. μονάδες.

β) Οι συντεταγμένες του Γ είναι (-2, -4) και το εμβαδόν του ΟΑΓ είναι πάλι 8 τετρ. μονάδες.

Θέμα 5.

α) η εξίσωση που προκύπτει από τα δεδομένα είναι $2x-5+x=40$ όπου x ο αριθμός των γυναικών. Προκύπτει $x=15$ γυναίκες και 25 άνδρες.

β) η εξίσωση θα έδινε $2x-4+x=40$ άρα $3x=44$ και ο x δεν θα ήταν ακέραιος.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1.

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΕΓ που δημιουργείται οι δύο κάθετες πλευρές έχουν μήκη 4cm και 3cm άρα η υποτείνουσα έχει μήκος 5cm.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΑΔ η υποτείνουσα ΒΔ έχει μήκος $4 \cdot \sqrt{2}\text{cm} \approx 4 \cdot 1,41\text{cm} = 5,64\text{cm}$ άρα είναι μεγαλύτερη από την ΒΓ.

Θέμα 2.

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ η οξεία γωνία στην κορυφή του Α είναι 25° και επομένως $ΒΔ = 10\text{cm} \cdot \varphi 25^\circ = 4,66\text{cm}$. Ακόμη $ΑΒ = \frac{10\text{cm}}{\text{συν}25^\circ} = \frac{10\text{cm}}{0,906} = 11,04\text{cm}$.

β) Το ύψος ΒΕ από την κορυφή Β ανήκει σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΒ με υποτείνουσα $ΑΒ = 11,4\text{cm}$ και απέναντι γωνία 50° αλλά ο πίνακας δεν διαθέτει τους τριγωνομετρικούς

αριθμούς των 50° . Υπολογίζουμε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ ως $\frac{1}{2} ΒΓ \cdot ΑΔ$ και αυτό θα είναι ίσο με $\frac{1}{2} ΑΓ \cdot ΒΕ$ από όπου υπολογίζουμε το ΒΕ.

Θέμα 3.

- α) Μπορείτε να υπολογίσετε άμεσα $\eta\mu 40^\circ = 0,643$ και $\sigma\upsilon\nu 40^\circ = 0,766$
- β) Το ΑΕ είναι κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου απέναντι από γωνία 40°
- γ) Η ΔΕ είναι κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου προσκείμενη σε γωνία 40° .

Θέμα 4.

- α) Η πλευρά του τετραγώνου είναι 10cm άρα το εμβαδόν του 100cm^2 .
- β) Η περίμετρος του κύκλου ισούται με 6,28 φορές την ακτίνα άρα η ακτίνα είναι 6,37cm και το εμβαδόν 127cm^2 περίπου.
- γ) Ο κύκλος που έχει ίδια περίμετρο με το τετράγωνο έχει αρκετά μεγαλύτερο εμβαδόν.

Θέμα 5.

- α) Σε κάθε περιστροφή της μικρής ρόδας το ποδήλατο διανύει $6,28 \cdot 25\text{cm}$, δηλαδή 1,57m και αυτό σημαίνει ότι στις 1000 περιστροφές διένυσε 1570 m.
- β) Την ίδια απόσταση διένυσε και η μεγάλη ρόδα που σε κάθε περιστροφή διανύει $6,28 \cdot 60\text{cm} = 3,768\text{m}$. Άρα πήρε $\frac{1570}{3,768} = 416,67$ ή σε ακέραιο αριθμό 416 στροφές.