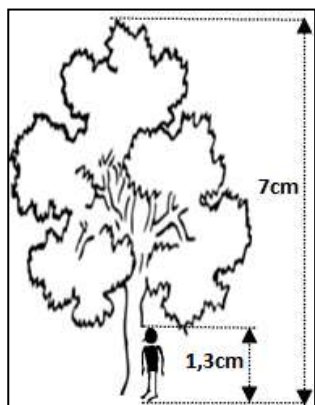


ΘΕΜΑΤΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1.

Ο Νίκος έχει ύψος 1,70 m και φωτογραφήθηκε κάτω από ένα δέντρο. Για να υπολογίσει το ύψος του δέντρου μέτρησε το ύψος της εικόνας του και της εικόνας του δέντρου στη φωτογραφία και τα αποτελέσματα φαίνονται στη διπλανή εικόνα.



α) Να βρείτε πόσες φορές ψηλότερο είναι το δέντρο από τον Νίκο.

β) Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου.

γ) Ένας τοπογράφος με ένα κατάλληλο ψηφιακό όργανο υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια το ύψος του δέντρου και το βρήκε 8,95 m. Ποιο είναι το ποσοστό του σφάλματος στους υπολογισμούς του Νίκου;

Θέμα 2.

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2}{900}$ και $B = \frac{2^4 \cdot 4^2 \cdot 5}{80}$

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{A}{B}$.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{A^2}{B}$.

Θέμα 3.

Τρία αδέρφια μοιράζονται ένα ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού και ο τρίτος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού και 100 € επιπλέον.

α) Ποιος από τους τρεις πήρε το μεγαλύτερο ποσό;

β) Πόσο ήταν το ποσό που μοίρασαν;

Θέμα 4.

Τρεις διαδοχικοί θετικοί ακέραιοι αριθμοί έχουν γινόμενο 120.

α) Να βρείτε ποιοι είναι οι τρεις αυτοί αριθμοί.

β) Αν ο μικρότερος από αυτούς αυξηθεί κατά 1 κατά τι ποσοστό αυξάνεται το νέο γινόμενο;

Θέμα 5.

Διαθέτουμε δύο ειδών πορτοκάλια, τα πορτοκάλια τύπου Α και τα πορτοκάλια τύπου Β. Ένα πορτοκάλι τύπου Α βγάζει χυμό τα $\frac{4}{5}$ του βάρους του ενώ ένα πορτοκάλι

τύπου Β βγάζει χυμό τα $\frac{3}{4}$ του βάρους του.

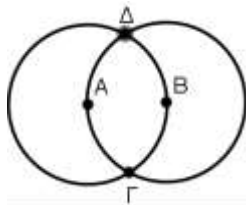
α) Πόσα κιλά πορτοκάλια τύπου Α χρειαζόμαστε για να έχουμε 1,6 κιλά χυμό;

β) Στύψαμε 28 κιλά πορτοκάλια ανάμικτα και από τους δύο τύπους και πήραμε 22 κιλά χυμό. Πόσα κιλά από κάθε τύπο πορτοκαλιών στύψαμε.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1.

Οι δύο κύκλοι της παρακάτω εικόνας έχουν κέντρα τα σημεία Α και Β.



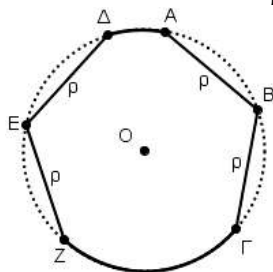
α) Να εξηγήσετε γιατί οι δύο κύκλοι είναι ίσοι

β) Να βρείτε τους άξονες συμμετρίας του σχήματος των δύο κύκλων.

γ) Να εξηγήσετε γιατί τα σημεία Α, Β, Γ, Δ είναι κορυφές ρόμβου.

Θέμα 2.

Στον κύκλο του παρακάτω σχήματος έχουμε κατασκευάσει 4 ίσες χορδές:



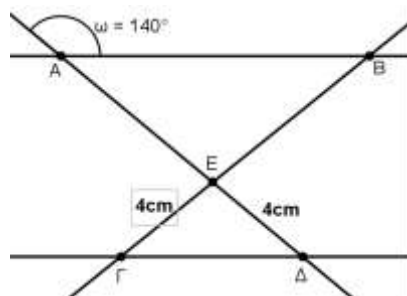
$AB=BG=\Delta E=EZ$ κάθε μία από τις οποίες είναι ίση με την ακτίνα ρ του κύκλου.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma}$ και $\hat{\Delta}\hat{O}\hat{Z}$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να υπολογίσετε τη σχέση του αθροίσματος των τόξων $\widehat{A\Delta} + \widehat{Z\Gamma}$ με ολόκληρο τον κύκλο.

Θέμα 3.

Στο παρακάτω σχήμα οι δύο παράλληλες ευθείες ΑΒ και ΓΔ τέμνονται από δύο άλλες ΑΔ και ΓΒ. Όπως φαίνεται και στην εικόνα τα τμήματα ΕΓ και ΕΔ είναι ίσα.



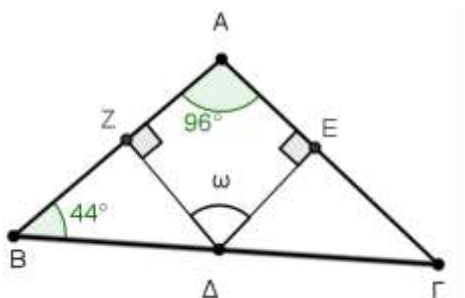
α) Να υπολογίσετε τη γωνία ΕΔΓ.

β) Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του τριγώνου ΕΔΓ.

γ) Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΒ.

Θέμα 4.

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ υπάρχει ένα σημείο Δ πάνω στο τμήμα $B\Gamma$. Από το σημείο Δ έχουμε φέρει τα κάθετα τμήματα ΔZ και ΔE προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Με βάση τις μετρήσεις των γωνιών A και B του τριγώνου $AB\Gamma$:



α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Gamma\Delta E$.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔZB .

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία ω .

Θέμα 5.

Η συμπληρωματική της παραπληρωματικής γωνίας της ω είναι 35° .

α) Να υπολογίσετε την παραπληρωματική της ω .

β) Να υπολογίσετε την παραπληρωματική της παραπληρωματικής της γωνίας ω .

ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1.

α) Ο λόγος των δύο υψών είναι $\frac{7}{1,3} \approx 5,38$ περίπου.

β) Αν χ το πραγματικό ύψος του δέντρου τότε $\frac{\chi}{1,70} = \frac{7}{1,3}$ άρα $\chi = 1,70 \cdot \frac{7}{1,3} = 9,15\text{m}$

γ) 2,2% περίπου.

Θέμα 2.

α) Παρατηρήστε ότι $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$ άρα $A = 4^2 = 16$. Όμοια στο B $4^2 \cdot 5 = 80$ άρα $B = 2^4 = 16$

β) Προκύπτει άμεσα ότι $\frac{A}{B} = 1$.

γ) Προκύπτει άμεσα ότι $\frac{A^2}{B} = A = 16$

Θέμα 3.

α) Να λάβεις υπ όψιν ότι $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

β) Αν χ το ποσό που μοίρασαν τότε $\frac{1}{3} \cdot \chi + \frac{1}{4} \cdot \chi + \frac{1}{3} \cdot \chi + 100 = \chi$ οπότε $\chi = 1200\text{€}$

Θέμα 4.

α) Οι αριθμοί αυτοί θα πρέπει να είναι μονοψήφιοι διαιρέτες του 120 και η μοναδική επιλογή που έχουμε είναι οι 4, 5 και 6.

β) Το γινόμενο θα γίνει 150 άρα το ποσοστό αύξησης θα είναι 25%.

Θέμα 5.

α) Αν χ τα κιλά πορτοκάλια τύπου A τότε $\frac{4}{5} \cdot \chi = 1,6$ άρα $\chi = 2$

β) A χ τα κιλά από τα πορτοκάλια τύπου A τότε $22 - \chi$ θα είναι τα πορτοκάλια τύπου B και θα ισχύει: $\frac{4}{5} \cdot \chi + \frac{3}{4} \cdot (28 - \chi) = 22$ από όπου προκύπτει ότι $\chi = 20$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1.

- α) Παρατηρήστε ότι η ακτίνα του ενός είναι το τμήμα AB όπως και η ακτίνα του άλλου κύκλου.
- β) Η ευθεία AB περνά από τα κέντρα των κύκλων άρα είναι άξονας συμμετρίας όπως και η ΔΓ αφού οι κύκλοι είναι ίσοι.
- γ) $ΑΔ=ΔΒ=ΒΓ=ΓΑ$ γιατί όλα είναι ακτίνες ίσων κύκλων.

Θέμα 2.

- α) Τα τρίγωνα AOB, BOΓ, ΔOE και EOZ είναι ισόπλευρα άρα οι ζητούμενες γωνίες είναι ίσες με 120° .
- β) Τα δύο τόξα έχουν άθροισμα $360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$ άρα η ζητούμενη σχέση εκφράζεται από το κλάσμα $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.

Θέμα 3.

- α) 40° ως παραπληρωματική της δοσμένης ω .
- β) Λόγω ισοσκελούς τριγώνου οι δύο άλλες γωνίες θα είναι ίσες με 40° και 100° .
- γ) Παρατηρήστε ότι οι γωνίες του AEB είναι ίσες μία προς μία με τις γωνίες του EΔΓ.

Θέμα 4.

- α) Η γωνία Γ είναι ίση με 40° Άρα οι ζητούμενες δύο άλλες γωνίες του ΓΔΕ είναι 90° και 50° .
- β) Η γωνία Δ στο τρίγωνο ΔZB ανήκει σε ορθογώνιο τρίγωνο και είναι ίση με 46°
- γ) Η γωνία ω είναι παραπληρωματική του αθροίσματος $46^\circ + 50^\circ$.

Θέμα 5.

- α) Η παραπληρωματική της ω είναι $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ άρα η ω είναι 125° .
- β) Είναι η ίδια η γωνία ω .